

我是8位的

I am 8 bits, what about you?

随笔 - 205, 文章 - 0, 评论 - 103, 阅读 - 101万

导航

博客园
首页
新随笔
联系
订阅 
管理

2022年3月						
日	一	二	三	四	五	六
27	28	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	1	2
3	4	5	6	7	8	9

公告

你的支持是我的动力
欢迎关注微信公众号“我是8位的”



昵称：我是8位的
园龄：4年7个月
粉丝：288
关注：5
+加关注

盖楼抽奖

#她的梦想在发光#

HWD科技女性故事有奖征集

分享最打动的科技女性故事

活动时间：2022年3月8日-3月18日

马上参与



搜索

 找找看
 谷歌搜索

常用链接

我的随笔
我的评论
我的参与
最新评论
我的标签

积分与排名

积分 - 457097
排名 - 1198

线性代数笔记2——向量（向量简介）

什么是向量

在数学中，向量（也称为欧几里得向量、几何向量、矢量），指具有大小（magnitude）和方向的量。它可以形象化地表示为带箭头的线段。箭头所指：代表向量的方向；线段长度：代表向量的大小。与向量对应的只有大小，没有方向的量叫做数量（物理学中称标量）。

如果用 $\mathbf{R}^n$ 表示n个实数的有序集， $\mathbf{R}^n$ 中的一个向量就是一个n元有序组， $\mathbf{R}^n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_i \in \mathbf{R}\}$

向量的记法：印刷体记作粗体的字母（如 $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$ 、 $\mathbf{u}$ 、 $\mathbf{v}$ ），书写时在字母顶上加一小箭头“ $\rightarrow$ ”。如果给定向量的起点（A）和终点（B），可将向量记作 $\overrightarrow{AB}$ 。实际上向量有多种记法，可以用元组表示一个向量，如 (x_1, x_2) 或 $\langle x_1, x_2 \rangle$ 。在线性代数中，n元向量可以用 $n \times 1$ 矩阵表示，如：

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} \text{ 或 } \mathbf{V}^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]$$

向量中的每个元素 x_n ，都称作向量的一个分量。

向量的模

$$\sqrt{\mathbf{A}^T \mathbf{A}}$$

向量的模即向量的长度，如果 $\mathbf{A}$ 是n维向量，则 $\mathbf{A}$ 的模标记为：

$$|\mathbf{A}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_n^2}$$

单位向量和零向量

单位向量 (模为1)

单位向量是指模等于1的向量。由于是非零向量，单位向量具有确定的方向。单位向量有无数个。

一个非零向量除以它的模，可得所需单位向量。一个单位向量的平面直角坐标系上的坐标表示可以是： (n, k) ，则有 $n^2 + k^2 = 1$ 。

平面上有两点原点 $O(0, 0)$ 和 $P(1, 2)$ ，则向量 $\mathbf{OP} = \langle 1 - 0, 2 - 0 \rangle = \langle 1, 2 \rangle$ 向量 $\mathbf{OP}$ 方向的单位向量可以表示为：

随笔分类 (211)

- ★★资源下载★★(1)
- Java并发编程(1)
- 程序员的数学(24)
- 单变量微积分(31)
- 多变量微积分(24)
- 概率(24)
- 机器学习(27)
- 软件设计(1)
- 数据分析(6)
- 数据结构与算法(27)
- 随笔(5)
- 线性代数(34)
- 项目管理(2)
- 转载(4)

随笔档案 (205)

- 2021年2月(1)
- 2020年3月(2)
- 2020年2月(6)
- 2020年1月(4)
- 2019年12月(7)
- 2019年11月(15)
- 2019年9月(3)
- 2019年8月(6)
- 2019年7月(1)
- 2019年6月(8)
- 2019年5月(3)
- 2019年4月(5)
- 2019年3月(7)
- 2019年2月(3)
- 2019年1月(7)
- 更多

阅读排行榜

- 1. 使用Apriori进行关联分析（一）(29768)
- 2. 线性代数笔记12——列空间和零空间(28772)
- 3. FP-growth算法发现频繁项集（一）——构建FP树(24430)
- 4. 寻找“最好”（2）——欧拉-拉格朗日方程(23099)
- 5. 多变量微积分笔记3——二元函数的极值(22772)

评论排行榜

- 1. 隐马尔可夫模型（一）(8)
- 2. 线性代数笔记12——列空间和零空间(7)
- 3. 线性代数笔记3——向量2（点积）(7)
- 4. FP-growth算法发现频繁项集（一）——构建FP树(5)
- 5. 寻找“最好”（2）——欧拉-拉格朗日方程(4)

推荐排行榜

- 1. 寻找“最好”（2）——欧拉-拉格朗日方程(7)
- 2. FP-growth算法发现频繁项集（一）——构建FP树(7)
- 3. 线性代数笔记3——向量2（点积）(6)
- 4. FP-growth算法发现频繁项集（二）——发现频繁项集(5)
- 5. 隐马尔可夫模型（一）(5)

最新评论

- 1. Re:线性代数笔记3——向量2（点积）
如果点积小于0，即夹角小于90°，这个写错了吧。应该是夹角大于90°
--猫猫猫猫大人

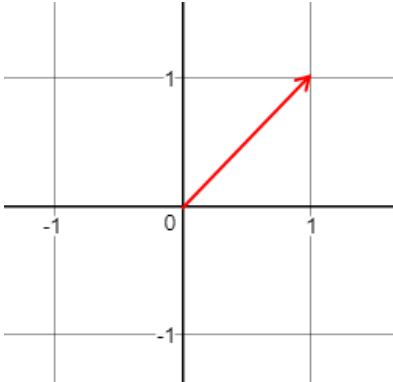
$$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{OP}}{|\mathbf{OP}|} = \frac{\langle 1, 2 \rangle}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \langle \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}} \rangle$$
$$|\mathbf{N}| = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2} = 1$$

零向量

所有分量都为0的向量是零向量，零向量没有方向。*也可称方向是任意的*

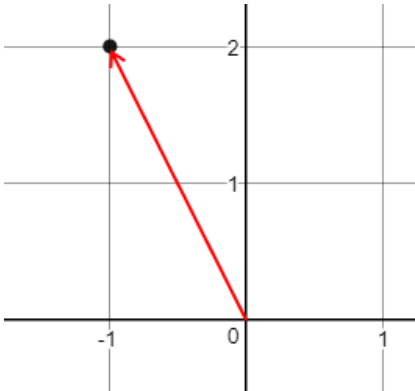
向量与直角坐标系

单位向量在平面直角坐标系的表示：



我们将原点称为标准位置，实际上单位向量的起点可以在任何位置，指向任何方向，只要满足模为1即可。

如果有一个向量 $\mathbf{a} = (-1, 2)$ ：



上图中向量的起点是原点，实际上 (x_1, x_2) 作为 R^2 中的一个向量，可以是直角坐标系中的任意位置。如果以 $(-2,2)$ 为起点，则 $\mathbf{a}$ 的终点是 $[-2,2]^T + [-1, 2]^T = [-3, 4]^T$ 如下图所示：

2. Re:线性代数笔记10——矩阵的LU分解写的很好，不过LU分解的前提是错的，LU分解只需要第三个条件，如果允许行置换就是下面写到的PLU，可以分解所有矩阵

--wiki3D

3. Re:单变量微积分笔记20——三角替换1 (sin和cos) 很nice

--尹保棕

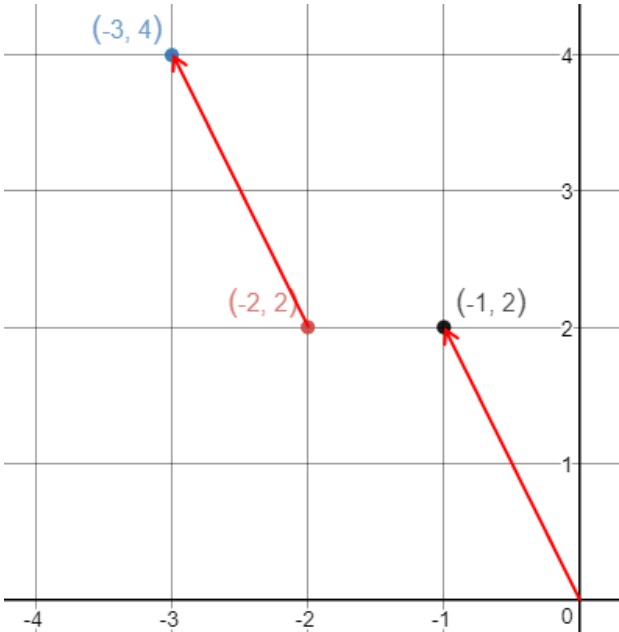
4. Re:线性代数笔记24——微分方程和exp(At) 有些图片挂了呢

--ccchendada

5. Re:寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程

提个issue，最速降线中 $v = \{2gh\}^{1/2}$ 与配图不一致，建议以起点为原点，向右伸出x轴，向下伸出y轴建立坐标系

--trustInU



这都可以表示(-1,2)，可以说(-1,2)是一族向量，有无限多种表示法，它们的方向相同，模相等。为了简单起见，通常以原点作为向量的起点。

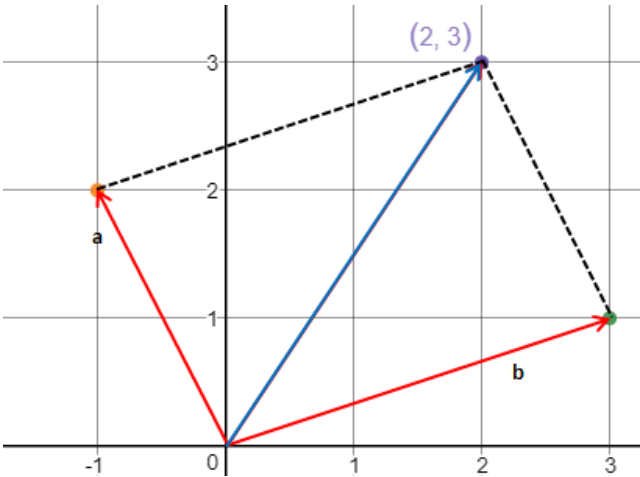
向量的加法和数乘

加法

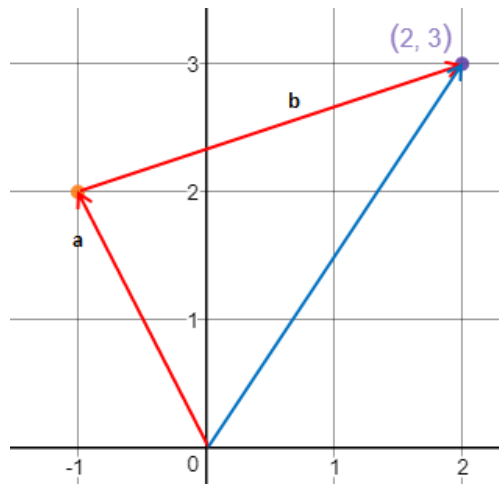
向量的加法运算同矩阵的加法，我们需要理解的是矩阵加法在二维直角坐标系中系上的几何意义。

$$a = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}, a + b = \begin{bmatrix} -1 + 3 \\ 2 + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

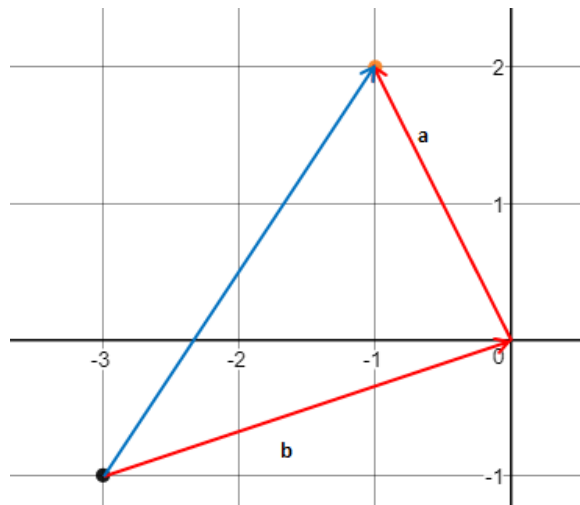
下面一组图都是a + b合法的表示：



$$[0,0]^T + a = [-1,2]^T, [0,0]^T + b = [3,1]^T, a + b = [2,3]^T$$



$$[0,0]^T + a = [-1,2]^T, [-1,2]^T + b = [2,3]^T, a + b = [2,3]^T$$

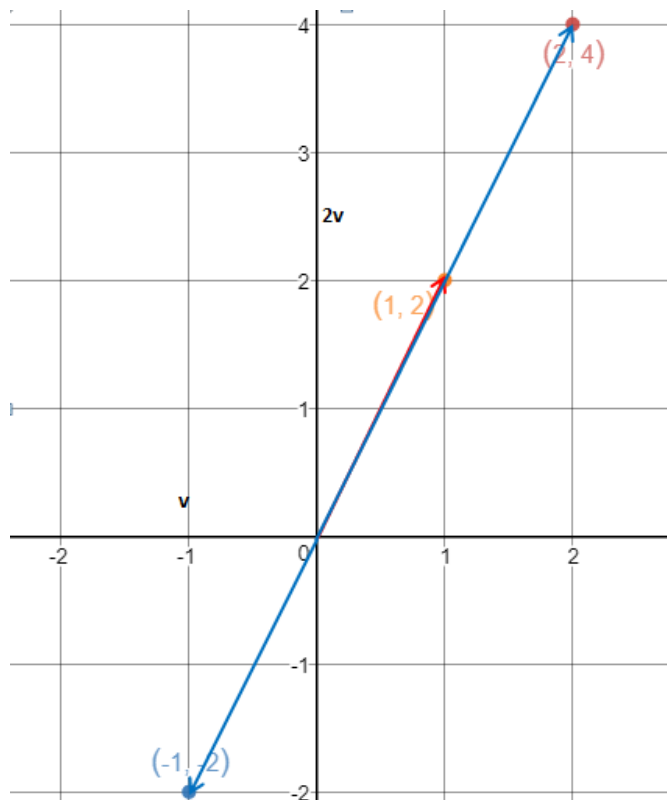


$$[0,0]^T + a = [-1,2]^T, [-3,-1]^T + b = [0,0]^T, a + b = [2,3]^T$$

数乘

一个向量乘以一个标量：

$$v = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, v \times 2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}, v \times (-2) = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

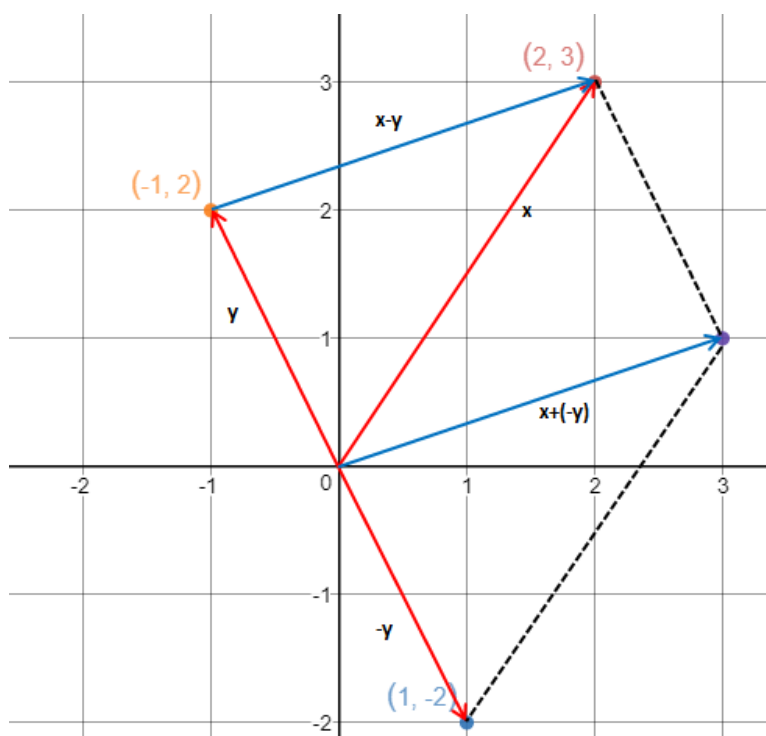


可以看到, 向量的乘法其实是对原向量的伸缩; 如果乘以正数, 方向与原向量相同; 乘以负数, 方向与原向量相反。

减法 共起点 指被减

由向量的加法和数乘可知, $x - y = x + (-1) \times y$, 相当于先将 y 调转, 再与 x 相加。

$$x = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, x - y = x + (-1) \times y = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$



向量与方程组

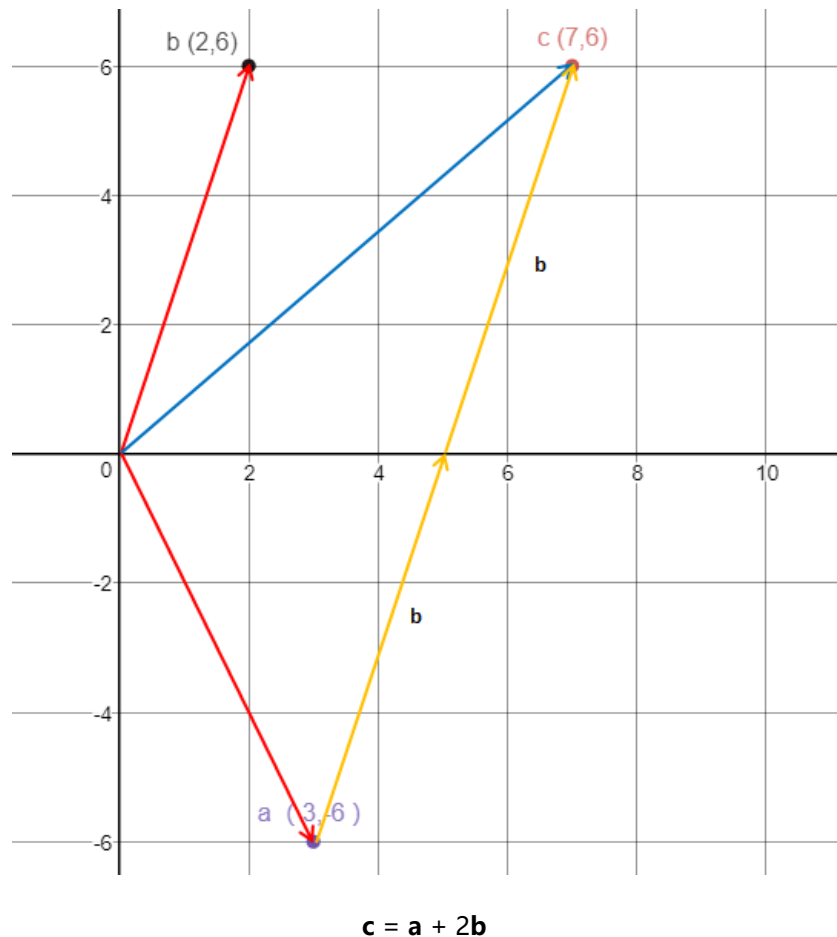
方程组 $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ -6x + 6y = 6 \end{cases}$ 可以看成

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -6 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix} y = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}, \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}, \mathbf{a}x + \mathbf{b}y = \mathbf{c}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}, \mathbf{a}x + \mathbf{b}y = \mathbf{c} \Rightarrow \mathbf{a} + 2\mathbf{b} = \mathbf{c}$$

在坐标系中可以直观地展示该方程组：



总结

1. 向量，指具有大小和方向的量
2. 单位向量是指模等于1的向量，一个单位向量的平面直角坐标系上的坐标表示可以是：(n,k)，则有 $n^2 + k^2 = 1$
3. 所有分量都为0的向量是零向量，零向量没有方向
4. 向量的加法和数乘运算同矩阵运算，可扩展到任意纬度的向量
5. 向量可以直观地展示线性方程组

出处：微信公众号“我是8位的”

本文以学习、研究和分享为主，如需转载，请联系本人，标明作者和出处，非商业用途！

扫描二维码关注作者公众号“我是8位的”



随笔

分类: [线性代数](#)

标签: [向量](#)

[好文要顶](#)[关注我](#)[收藏该文](#)



我是8位的
关注 - 5
粉丝 - 288

[+加关注](#)

0
[推荐](#)

0
[反对](#)

« 上一篇: [单变量微积分笔记13——定积分](#)

» 下一篇: [\(转\) 已知 \$1/\infty=0\$, 求证 \$1/0=\infty\$](#)

posted on 2017-10-20 19:52 [我是8位的](#) 阅读(13622) 评论(3) [编辑](#) [收藏](#) [举报](#)

[刷新评论](#) [刷新页面](#) [返回顶部](#)

登录后才能查看或发表评论, 立即 [登录](#) 或者 [逛逛](#) [博客园首页](#)

【推荐】华为 HWD 2022 故事征集, 分享最打动你的科技女性故事

【推荐】华为开发者专区, 与开发者一起构建万物互联的智能世界

cloud.e-iceblue.cn

JAVA Office
文档在线编辑
APIs

打开 >

编辑推荐:

- 革命性创新, 动画杀手铜 @scroll-timeline
- 戏说领域驱动设计 (十二) —— 服务
- ASP.NET Core 6框架揭秘实例演示[16]: 内存缓存与分布式缓存的使用
- .Net Core 中无处不在的 Async/Await 是如何提升性能的?
- 分布式系统改造方案 —— 老旧系统改造篇

#她的梦想在发光#
HWD科技女性故事有奖征集
活动时间: 2022年3月8日-3月18日

最新新闻:

- 乔布斯的创业搭档: 他缺乏工程师才能, 不得不锻炼营销能力来弥补
- 美国大厂码农薪资曝光: 年薪18万美元, 够养家, 不够买海景房
- 两张照片就能转视频! Google提出FLIM帧插值模型

- Android 再推 “杀手级” 功能，可回收 60% 存储空间
- 溺在理财暴雷潮的投资人：本金63万，月兑25元不够卖菜
- » 更多新闻...

Powered by:
[博客园](#)

Copyright © 2022 我是8位的
Powered by .NET 6 on Kubernetes